

# **PRESENTE, PEDAGOGIA Y FUTURO DE LA ECONOMETRIA\***

**Carlos E Castellar P.\*\***

## **1. INTRODUCCION**

La enseñanza de la Econometría en todos los departamentos de Economía ha enfrentado una secular discusión: donde comenzar? Hasta donde llegar? Como hacerla?. Es decir:

### **PROFUNDIDAD VS EXTENSION FORMALISMO MATEMATICO VS ABUNDANCIA PROCEDIMENTAL**

En nuestro medio y gracias a la proliferación de textos y al advenimiento del desarrollo informático con la magia del click-click llevo a cursos de gran extensión e inmensa cantidad de recetas con el texto de GUJARATI (2003) como manual de cabecera.

En la historia reciente de nuestro departamento se decidió concentrar en un solo curso el proceso de enseñanza-aprendizaje inspirado en el argumento: la Econometría inicia en el múltiple pues no hay teorías que se basten del modelo simple. Adicionalmente el simple es un caso particular del múltiple (el general) y se puede dejar lo sencillo al estudiante, como un ejercicio.

El objetivo de este pequeño documento es argumentar a favor de una docencia mas profunda con un grado de diversidad entre el formalismo matemático y los procedimientos. Igualmente se sustentará los beneficios de iniciar desde el modelo ingenuo. A continuación se muestra que de desde dicho modelo hay interacción con la Teoría Económica; en la siguiente sección se esboza la propuesta pedagógica; la quinta sección sugiere los caminos futuros de la Econometría; conclusiones, referencias bibliográficas y listados de computador completan el texto.

---

\* Este documento responde a una solicitud del profesor Boris Salazar, quien ha apoyado la posición de privilegiar en la pedagogía la profundidad en lugar de la extensión. Múltiples encuentros de pasillo con el profesor han generado externalidades académicas que fomentan la producción intelectual.

\*\* Profesor de Econometría desde hace 25 años en el departamento de Economía de la Universidad del Valle. Desde hace tres años cuenta con la asistencia del economista Andrés Eduardo Rangel quien asumió la digitación electrónica de este tipo y ha asumido la actitud del autentico aprendiz de la Econometría. Cualquier error, responsabilidad del autor si es reportado por el lector le ayudará al autor en su camino de aprendizaje.

## 2. EL ESTADO DEL ARTE

Para tener en cuenta el estado actual de la Econometría es preciso diferenciar dos escuelas. La concepción clásica nacida hace tres cuartos de siglo con la fundación de la Sociedad Econométrica Internacional y la aparición de la revista *Econométrica* se conserva defendiendo la importancia de la Teoría Económica y que hoy sería Econometría Clásica Contemporánea (CC). Hacia finales de la década de los 70's se consolida el enfoque mas centrado en los datos, la Econometría de Series Temporales (ST) que se parece en muchos casos a la Astronomía : describir la evolución de las variables económicas y tiene ventajas comparativas en la predicción. El exponente de mas alto nivel de esta posición critica las ecuaciones simultáneas que depende de la Teoría Económica para saber que es endógeno y que es exógeno en el sistema y propone la metodología de Vectores Autorregresivos (VAR) dejando que los datos hablen por si solos. El trabajo de Sims (1980), llamado *Macroeconomía y Realidad* expone claramente la nueva posición.

Los más fanáticos de las últimas modas bautizaron la escuela ST como la nueva Econometría. Se idolatró el enfoque de Box y Jenkins (1970) quienes en síntesis afirman que si las la series de un modelo de regresión eran no estacionarias, la perturbación aleatoria tenía raíz unitaria y el modelo se invalidaría y era preciso tomar primeras diferencias. Como bien narraba mi maestro en un didáctico chiste:

“Y el señor, viendo la soberbia de su discípulo, se decidió a castigarlo. Para ello se valió de Box, un ángel malvado, que junto con Jenkins, se confabularon e introdujeron una gran cantidad de ruido en la obra de la creación” en el epilogo de Raymond (1982). No obstante Granger y Engle (1981) en el Teorema de Representación demuestran que modelos con series siendo  $I(1)$  pueden tener una perturbación  $I(0)$ , es decir estar cointegradas. En esencia el principal mensaje de este teorema es el siguiente:

Si  $Y_t \sim I(1)$  y  $X_t \sim I(1)$  provenientes de paseos aleatorios con deriva y están cointegradas en el modelo de regresión lineal simple

$$Y_t = \mathbf{a} + \mathbf{b}X_t + U_t, \quad (1)$$

$$U_t \sim I(0)$$

$\hat{\mathbf{b}}$  estimador mínimo cuadrático tiene las siguientes características:

- Es superconsistente del efecto de largo plazo de  $X_t$  sobre  $Y_t$ . Con 25 observaciones es suficiente.
- No esta afectado por el sesgo de endogeneidad de un modelo de ecuaciones simultáneas.
- Se comporta mejor que si  $X_t$  y  $Y_t$  son estacionarios o cuando  $X_t$  y  $Y_t$  son paseos aleatorios sin deriva.

Así las cosas lo relevante que se encontró es:

- Para que la regresión en niveles tenga sentido variables no estacionarias, deben estar cointegradas.
- Un test sencillo aunque poco potente es el test de Dickey Fuller para el residuo de la regresión  $\hat{U}_t$ .
- Aplicar primeras diferencias hace perder información puesto que en:

$$\Delta Y_t = \mathbf{b} \Delta X_t + \mathbf{e}_t \quad (2)$$

$\mathbf{b}$  es un estimador del efecto de largo plazo aunque para la matemática es lo mismo.

- Se puede aplicar el modelo de corrección de errores.
- La intuición de la cointegración es que en relaciones de largo plazo aunque haya tendencias crecientes (paseos aleatorios con deriva), deben moverse realmente unidas a diferencia de la apariencia de la regresiones espurias.

Es curioso que todavía persista en el medio académico nacional la compulsión de diferenciar las series pues se cree que todo es no estacionario, I(1) en economía. Lo grave de esta manía, producto del “virus de la frontera”, es las implicaciones en la política económica que puede tener un diagnostico mal hecho. Es el caso de la flexibilización del mercado de trabajo y la disminución del ingreso real de los asalariados basados en la afirmación que la tasa de desempleo tiene una raíz unitaria, es decir, hay histéresis en el desempleo como afirman Arango y Posada (2001). Cada vez hay mayor consenso a nivel mundial que si hay un cambio estructural el test de Dickey Fuller tiende a encontrar raíz unitaria en donde no la hay. Castellar y Uribe (2002) demuestran a cabalidad que el cambio estructural provocado por la crisis a partir del año 1995 en la ciudad de Cali lleva a un shock exógeno y a la inexistencia de una raíz unitaria. Cuando los autores fueron invitados a una controversia con los anteriores autores en el Banco de la Republica y demostraron económicamente que la tasa de desempleo era estacionaria, la respuesta final fue: “y si no hay histéresis, como hacemos para flexibilizar el mercado de trabajo”, sin comentarios.

Si se quiere hablar de la nueva Econometría hay que circunscribirla a la Escuela CC y tener presente lo siguiente:

- La secular violación de los supuestos de perturbaciones esféricas pueden deberse, en primer lugar, a una mala especificación del modelo y en consecuencia la abundante proliferación de test de diagnostico deben interpretarse como Test de Especificación Defectuosa, tal cual lo sugiere Godfrey (1988).
- La autocorrelación puede originarse en la omisión de variables autocorrelacionadas. Las tradicionales corrección de mínimos cuadrados generalizados o de máxima verosimilitud puede resultar peor el remedio que la enfermedad.
- La heterocedasticidad puede deberse al hecho de que el supuesto de coeficientes fijos no sea real ó a la omisión de un regresor de varianza no constante. El aporte de White (1980) lleva a conservar la estimación mínimo-cuadrática y solo transformar la matriz de varianzas covarianzas.
- La multicolinealidad es un problema muestral y no poblacional como se argumento en el pasado. No tiene sentido hacer test de diagnostico y las únicas soluciones

sensatas son: aumentar el tamaño de la muestra rompiendo el patrón de multicolinealidad o incorporando información a priori, tal cual demostró a todas luces Goldelberg (1991). Adicionalmente en muchos casos la multicolinealidad no molesta. En otros casos solo afecta a parámetros individuales pero no a las combinaciones lineales paramétricas.

- La solución de problemas econométricos debe evitar la cocina de datos y la caza de correlaciones. Si se trabaja al 5% de error y se hacen 20 ensayos lo mas probable es que en un caso falso de bien por ley de azar.
- Debe respetarse el principio de robustez del profesor Leamer (1994). Lo ideal es que los principales resultados se mantengan cuando es preciso hacer transformaciones en las direcciones que anticipan tanto la Teoría Económica como la Teoría Econométrica.
- Una buena guía en la construcción de modelos es el principio de parsimonia: “Si dos modelos resultan igualmente buenos para ajustar los datos, elija el modelo mas simple (que es el que involucra menos parámetros)” propuesto por Box y Jenkins (1970) y resaltado por Granger (1990).
- El Coeficiente de Determinación ( $R^2$ ) ya no se entiende como el porcentaje de variación de los datos que explica el modelo de regresión, sino como la ganancia de incluir regresores en el modelo frente al modelo ingenuo.

$$R^2 = 1 - \frac{SCR}{SCT} \quad (3)$$

siendo SCR= suma de cuadrados de residuos  
SCT: variación total del modelo.

Esto viene de que en el modelo ingenuo  $SCR = SCT = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$  de donde  $R^2 = 0$ .

Para una interesante discusión se puede volver a mi maestro Raymond y Uriel (1987) Anexo A2. El que el  $R^2$  sea alto o bajo depende de la naturaleza de los datos; si se trata de un corte transversal ó una serie estacionaria en media, el predictor del modelo ingenuo, la media muestral, será un buen predictor y por ende el  $R^2$  será bajo; si se trata de una serie temporal creciente el modelo ingenuo será inadecuado y el  $R^2$  será alto aunque se trate de una regresión espuria.

- La Econometría no prueba las Teorías; le da contenido empírico a los **a**'s y los **b**'s que la Teoría Económica sugiere. No obstante puede darse el caso que una regularidad empírica que no rechace dos teorías diferentes como bien ilustra la ecuación de Mincer compatible con el Capital Humano y la Señalización. Se ha avanzado en los criterios de selección entre modelos, tanto en enfoque de anidación como de discriminación. Sobresale el criterio de Schwarz proveniente de la Econometría Bayesiana, el único consistente, el que mayor penaliza la inclusión de regresores y maximiza la probabilidad de elegir el modelo que genero la muestra.
- No olvidar las recomendaciones iniciales de los Padres de la Econometría Joseph Schumpeter (1933) al pronunciar el discurso inaugural de la Sociedad Econométrica Internacional, enfatiza en la confluencia permanente de las matemáticas, la estadística, la Teoría Económica y en un contexto de realidad económica. Parodiando el titulo de la lección inaugural es vital permanecer atentos al sentido

común, a veces el menos común de los sentidos. Si se calcula una escala de producción en 1.1 y no obstante se rechaza la hipótesis de rendimientos constantes a escala a favor de los crecientes, (si la muestra es muy grande se tiende a rechazar todas las hipótesis nulas) qué sentido tiene afirmar que haya rendimientos marginales crecientes?.

El creador de la palabra Econometría, recibió en 1969 el Nóbel de la Economía y en su conferencia después de justificar la necesidad de la Econometría señaló:

“ Todavía necesitamos – y siempre necesitaremos- también amplias discusiones filosóficas, sugerencias intuitivas acerca de algunas direcciones fructíferas de la investigación... la econometría – auxiliada por las computadoras electrónicas- puede hacer avanzar solamente en forma vacilante la línea de demarcación desde de la cual tenemos que recurrir a nuestra intuición y olfato” Frish (1970).

### 3. MODELOS BÁSICOS Y TEORIA ECONÓMICA

En esta sección se ilustra la relación de casos de la Teoría Económica los dos modelos básicos de la Econometría: el ingenuo y el simple. Se entiende por modelo ingenuo aquel que no utiliza variables explicatorias, que no sean variables aleatorias ó estocásticas, lo cual no significa que no tenga teoría. Se puede hablar de varios grados de ingenuidad siendo el más ingenuo de todos:

$$Y_i = \beta + U_i \quad (4)$$

Cuando solo se dice que  $\beta$  es desconocido y  $U_i$  una perturbación aleatoria. Después se puede hacer supuestos paramétricos acerca de  $U_i$

Modelo completo  $E(U_i) = 0 \quad \forall i$ .

Perturbaciones esféricas:

$$\text{cov}(U_i, U_j) = \begin{cases} E(U_i^2) = \sigma_u^2 & i = j \quad \text{Homocedasticidad} \\ E(U_i U_j) = 0 & i \neq j \quad \text{Autocorrelación} \end{cases}$$

El modelo menos ingenuo es el que hace un supuesto acerca de la distribución de probabilidad que rige a  $U_i$ , la misma que genera la muestra  $Y_i$ . Un caso ilustrativo dentro de la escuela CC es el modelo para duración del desempleo que surge de la Teoría de Búsqueda. Cuando se lee a Lancaster (1990) en la versión que resume tanto el modelo teórico como el econométrico se encuentra que la solución teórica es decir que la duración del desempleo sigue una ley exponencial.

$$Y_i \sim e(q) \quad (5)$$

El que el modelo sea ingenuo no quiere decir que sea sencillo pues en este caso implica observaciones censuradas y basta con observar el Manual de Econometría mas usado a

nivel de Maestría, Greene (2003), para encontrar que este modelo de duración es la parte final del ultimo capitulo de las variables dependientes limitadas con tratamiento relativamente sofisticado.

En la escuela ST el uso del modelo ingenuo es aun mas inmediato:

$$Y_t = \mathbf{m} + \mathbf{e}_t \quad (6)$$

Siendo  $\mathbf{e}_t$  ruido blanco es decir :

$$E(\mathbf{e}_t) = 0 \quad \text{var}(\mathbf{e}_t) = \mathbf{S}_e^2 \quad \text{cov}(\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_s) = 0 \quad \forall t \neq s$$

Se tiene un proceso generador de datos (PGD estacionario en media, fundamental en el análisis de series temporales.

Otra posibilidad en la escuela ST es el PGD de Medias Móviles de primer orden, MA (1)

$$Y_t = \mathbf{e}_t + \mathbf{q}\mathbf{e}_{t-1} \quad (7)$$

El MA(1) es un promedio de variables aleatorias.

En ambas escuelas, cuando se supone normalidad en la variable aleatoria, se tiene un modelo de regresión lineal ingenuo

$$Y_i = \mathbf{m} + U_i \quad \text{con } U_i \sim NID(0; \mathbf{S}_u^2) \\ \text{que lleva a } Y_i \sim NID(\mathbf{m}\mathbf{S}_u^2) \quad (8)$$

El siguiente modelo es el de regresión lineal simple, de estructura

$$Y_i = \mathbf{a} + \mathbf{b}X_i + U_i \quad (9) \\ \text{con } U_i \sim NID(0; \mathbf{S}_u^2)$$

Quizá el ejemplo mas utilizado dentro de la escuela CC es la función consumo keynesiana. Se explica por dos razones:

- i) Los parámetros tienen un claro significado económico,  $\mathbf{a}$ = consumo autónomo y  $\mathbf{b}$ = propensión marginal a consumir.
- ii) Desde los inicios la disponibilidad de información en las Cuentas Nacionales ofrecen cuantificación para las variables  $Y_t$ = consumo de los hogares y  $X_t$ = ingreso disponible. También la disponibilidad de encuestas presupuestos familiares permite la estimación de la función a nivel microeconómico.

No es gratuito que muchos manuales inicien con este ejercicio. Se puede consultar a Greene (2003), Gujarati (2003), Pindyck y Rubinfeld (2001), Hill, Griffints y Judge (2001), Dougherty (1992), Johnston y Dinardo (1997) y se comprobará que es un ejemplo por excelencia. Esto no solo obedece a la finalidad de exposición fácil sino a nivel macroeconómico consumo e ingreso están cointegrados obviando el problema que el ingreso sea endógeno como se mostró en la sección pasada. Esto esta explicando el que las correcciones del pasado, uso de mínimos cuadrados ordinarios en 2 ó 3 etapas y métodos de máxima verosimilitud llevaban a un resultado parecido al del modelo simple. Por esta

razón los métodos de ecuaciones simultaneas están cayendo en desuso y con el debido cuidado se esta reivindicando la regresión lineal simple.

También se ha dado la existencia de modelos simples que resultan mejor que los múltiples. El capital Asset Price Model (CAMP), una regresión simple de rentabilidad de un activo en bolsa en función de su riesgo, resulta mejor que incluir otras variables. Para una referencia completa con ejercicios de aplicación puede consultarse a Berdnt (1991).

Hasta ahora los ejemplos de RLS pertenecen a la CC y es el momento de indagar por lo que hacen los de ST. Una practica común al observar una serie y se aprecia varianza creciente, se toma logaritmos; luego se utiliza la tendencia como variable explicatorio apareciendo el archi-conocido modelo de crecimiento constante.

$$Y_t = \ln Y_o + rt + \mathbf{e}_t \quad (10)$$

Con  $\mathbf{e}_t$  = ruido blanco  
 $Y_t$  = en logaritmos  
 $r$  = tasa de crecimiento

Al margen que  $Y_t$  este en logaritmos o no, el PGD es estacionario en tendencia.

Un proceso simple en la econometría de series temporales , es el autorregresivo lineal de primer orden AR(1) cuya estructura es:

$$Y_t = \mathbf{a} + \mathbf{b}Y_{t-1} + \mathbf{e}_t \quad (11)$$

Este es un modelo anidador pues si  $\mathbf{a} \neq 0$  y  $\mathbf{b}=1$  se tiene un paseo aleatorio con deriva y si, adicionalmente  $\mathbf{a}=0$  se tiene un paseo aleatorio simple. Para ilustrar una estrecha relación con Teoría Económica se retoma la hipótesis de histéresis en el desempleo puesto que

$\mathbf{b}=1$	Histéresis total
$0 < \mathbf{b} < 1$	Histéresis parcial
$\mathbf{b}=0$	Ausencia de Histéresis

Hasta aquí se ha demostrado, con lujo de detalles, la tremenda importancia teórica que tienen los modelos ingenuo y simple. A continuación se pondrá en consideración la idea de llegar a estos dos elegantes y sencillos modelos a partir del múltiple.

#### 4. HACIA UN NUEVO ENFOQUE PEDAGOGICO

La propuesta que se viene desarrollando sigue los lineamientos generales de Castellar (2002) y en este documento se especifica un poco mas. Hay que partir del hecho que no se

conoce un texto que tenga un estilo pedagógico como el que se viene implementando y tampoco que en Econometría arranque con el modelo ingenuo.

En esencia se trata de:

- Enamorar a los estudiantes. Por supuesto de los contenidos no del profesor.
- Explotar al máximo la intuición como complemento en el camino del aprendizaje.
- Formalizar con rigor matemático acompañado de una interpretación literaria paso a paso
- Guiar el trabajo estudiantil mediante abundantes y creativos ejercicios.
- Construir talleres de computador a partir de datos reales y también mediante simulación.

El siguiente gráfico ilustra la relación cerebro-corazón

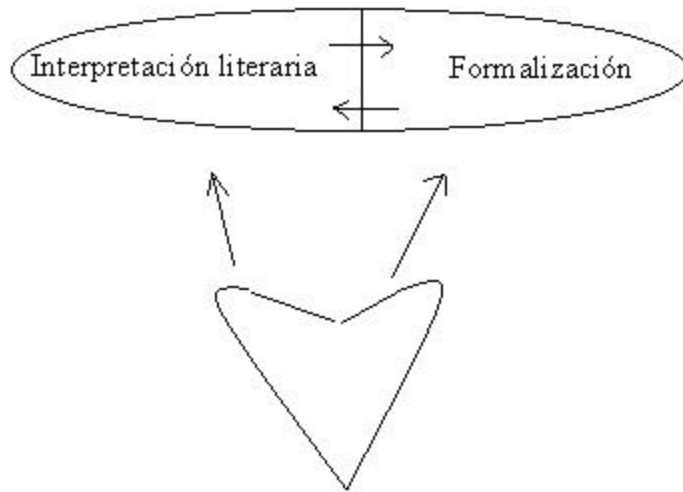


Gráfico 1: Relación Corazón-Cerebro

Cuando se observa un programa de un curso básico de Econometría se encontrara una estructura común para los modelos de inicio:

- Supuestos
- Estimación.
- Propiedades de la estimación a la luz de los supuestos.
- Inferencia estadística.

Un lector desprevenido dirá que es lo mismo y que se repite. No obstante el algebra a usar pude ser de sumatorias ó matricial, la intuición se da en un modelo simple ó ingenuo, mas no en el múltiple, la representación grafica difiere y las posibilidades de aplicación son distintas.



Cuando se inicia con el modelo ingenuo, la presentación de los supuestos acerca de la perturbación aleatoria es intuitiva y pedagógica puesto que lo único que explica las diferencias entre observaciones es  $U_i$ . La nueva econometría indica que la violación de supuestos puede venir de una incorrecta especificación.

En este mundo del ingenuo es sencillo ilustrar que si el modelo es simple y se va al ingenuo puede haber violación de supuestos.

Para estimar el parámetro  $\beta$  por tres métodos es mucho más sencillo que con otros modelos:

- Sin supuestos vía mínimos cuadrados ordinarios.
- Con supuestos paramétricos, método de momentos.
- Suponiendo distribución de probabilidad, usar el método de máxima verosimilitud.

Al continuar con las propiedades de los estimadores, demostrar el Teorema de Gauss-Markov es muy fácil y pedagógico y explicar por qué la suma de cuadrados de residuos dividida por la varianza del error, sigue una ley chi cuadrado con  $n-1$  grados de libertad, es estéticamente bonito y a la par formativo.

Uno de los problemas de la enseñanza de la inferencia estadística en los cursos prerequisites es la ausencia de conceptualización con exceso de mecanización y en algún momento con barbaridades académicas. Les dicen que pueden tener una hipótesis nula compuesta y verificarla con una distribución convencional cuando la inferencia estadística clásica implica una hipótesis nula simple. La enseñanza del modelo ingenuo es idónea para reparar (no lo ideal) y sentar bien las bases necesarias.

El tema de predicción es apropiado para mostrar por que los modelos econométricos se comportan de manera diferente dependiendo de la naturaleza de los datos y para usar la simulación como ayuda docente. Si se tienen datos de corte transversal ó series cronológicas generadas por un proceso estacionario en media, el predictor del modelo ingenuo, la media muestral, será un buen predictor. Una forma de simularlo es utilizando un paquete estadístico o econométrico que tenga un generador de números aleatorios.

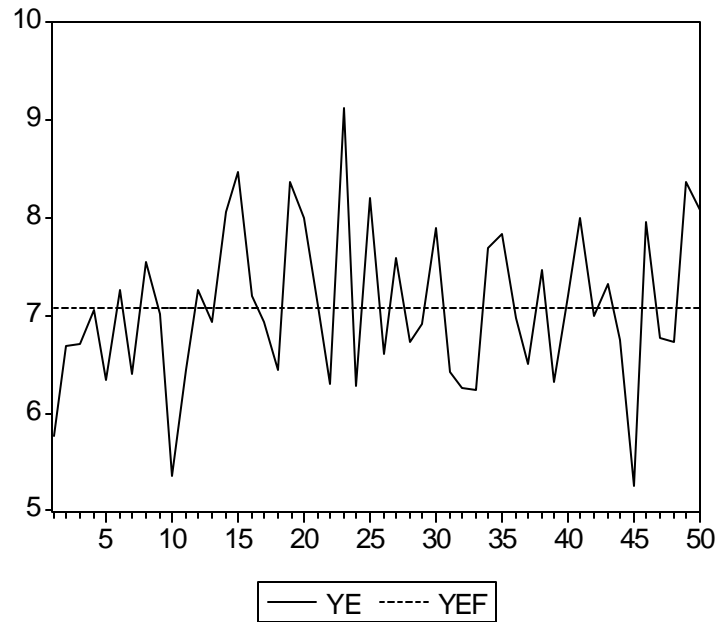


Grafico 2. Serie Estacionaria y Media Muestral

Usando el programa EVIEWS se generaron 50 observaciones de un proceso:

$$YE_i = 7 + U_i \quad U_i \sim NID(0;1) \quad (12)$$

Luego se estimó el modelo por mínimos cuadrados ordinarios obteniéndose (véase Anexo)

$$YE_i = 7.1 + \hat{U}_i \quad \hat{S}_u^2 = 0.81$$

La estimación del error estándar (0.81) cercana a su valor real (1.0).

Después se le pidió el modelo estimado, que en este caso es simplemente la media muestral ( $\hat{Y}_i = \bar{Y}$ ) y se pide la gráfica de lo observado versus lo estimado tal cual aparece en el gráfico 2.

Con datos de este estilo simulado, bajo el modelo ingenuo se comporta como un buen predictor. Esto anticipa un comportamiento del  $R^2$  puesto el punto de partida será exigente para evaluar la inclusión de relevantes regresores al modelo.

Si las observaciones muestrales tienen una tendencia creciente el comportamiento del modelo ingenuo cambia pues la intuición ya dice que la media muestral no será un buen predictor. De nuevo usando la herramienta de simulación, de manejar sencilla y didáctica, se creó el siguiente PGD para tamaño muestral 50

$$YC_0 = 2$$

$$YC_t = 3 + Y_{t-1} + e_t \quad e_t \sim NID(0;1) \quad (13)$$

Al estimar el ingenuo (cuadro 2 del Anexo) se obtiene

$$YC_t = 80.1 \quad \hat{S} = 46 \quad (6.5)$$

Obsérvese que la estimación del error estándar de estimación en este modelo es muy lejano del verdadero valor, a diferencia de lo que sucedió en el caso anterior.

Al pedir el gráfico 3 la evidencia visual es contundente, la media muestral es un pésimo predictor. Es inmediato señalar que al introducir variables explicativas el  $R^2$  será alto pues el punto de partida es bajo, aunque la relación sea espuria.

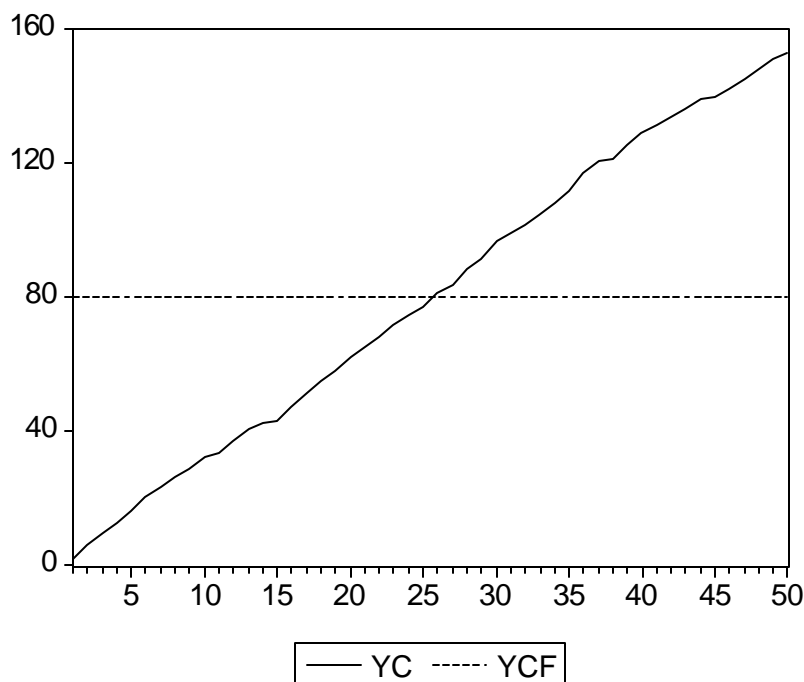


Gráfico 3. Serie Creciente y Media Muestral

El modelo ingenuo se puede recorrer con mayor facilidad que lo que sucede con el simple. Al tratarse de álgebra de sumatorias es mucho más didáctico. En el ensayo hecho hasta ahora, sin un texto a la mano, se invierte igual cantidad de tiempo entre el ingenuo y el simple, que solo con este último, dado lo que se gana en claridad desde el inicio.

Se puede definir el simple como un ingenuo al que se le agrega una variable explicativa y el supuesto de independencia estadística entre ella y la perturbación aleatoria. En consecuencia su estructura

$$Y_i = a + bX_i + U_i$$

Modelo completo  $E(U_i) = 0$

$$\begin{aligned}
\text{Homocedasticidad} \quad & \text{Var}(U_i) = \sigma_u^2 \quad \forall i \\
\text{No autocorrelación} \quad & \text{Cov}(U_i, U_j) = 0 \quad \forall i \neq j \\
\text{Exogeneidad} \quad & \text{Cov}(X_i, U_i) = 0 \\
& U_i \sim \text{NID}(0; \sigma_u^2)
\end{aligned}$$

El supuesto de exogeneidad es el más importante en el modelo de regresión normal y en algunas ocasiones difícil de comprender. La solución didáctica que se asumió:  $X_i$  es estocasticamente fijo, es muy abstruso para el estudiante de economía. Para que no se preocuparan se les dice: mas adelante se sustituye por exogeneidad que da lo mismo.

Es mucho más didáctico distinguir tres tipos de proceso de situación para configurar el supuesto:

- i) Condiciones de laboratorio: aquí si tiene sentido decir que las variables explicatorias, que se fijan antes del experimento, son estocasticamente fijas. Decirlo al comienzo de un curso de Econometría es meter ruido en el ambiente pues en algún ejemplo la variable explicatoria (el ingreso individual en una función consumo microeconómica) puede resultar aleatoria en otro ejemplo al ser la variable dependiente (en una ecuación de ingresos en función de la educación).
- ii) Datos de Corte Transversal: si se aplica un muestreo aleatorio simple la idea de población y muestra son claras y el supuesto de exogeneidad se hace transparente. La muestra es un entre muchos casos posibles y en su interior el error asociado al individuo  $i$  es independiente del individuo  $j$ .
- iii) Series Cronológicas: sólo se dispone de una muestra y pareciera ser la misma población. Gracias al aporte de Haavelmo (1944) se concibe la muestra como una realización, entre un numero infinito de posibilidades. Es decir a cada  $X_t$  debe corresponder infinitas posibilidades de  $U_t$ , de las cuales una sola genera la observación  $Y_t$ .

Este supuesto de exogeneidad configura dos mundos factibles en Econometría y plantea tratamientos diferentes a los datos. Es muy relevante que el ultimo manual novedoso, Wooldridge (2001), inicia con datos de corte transversal y mas adelante expone series cronológicas. Discutir esta heterogeneidad en Econometría solo se puede hacer con el modelo simple pues en el múltiple,  $E(X'U) = 0$ , no tiene nada de intuición.

Nuevamente en la exposición de supuestos para RLS se vuelve al ejercicio: y si fueran dos variables explicatorias y por mala especificación se trabaja uno simple, que puede suceder con las hipótesis de partida?.

Otra posibilidad conceptual que ofrece este sencillo modelo, es el análisis grafico. Por ejemplo usar sumatorias para obtener desviaciones que vienen de la primera ecuación normal es intuitivo y fácil de visualizar; no sucede lo mismo con el Algebra de Matrices. Similar situación sucede con el problema de regresiones espurias y lo inadecuado del papel

del  $R^2$  convencional cuando se tienen series crecientes. En esa eventualidad el  $R^2$  tendera a 1 y  $\mathbf{b}$  será muy significativo. Es muy ilustrativo poner al estudiante (y si quiere el lector interesado) a simular el problema.

Ya se tiene una serie creciente  $YC_t$  definida en la ecuación (13) y se puede generar otra independiente con estructura similar

$$\begin{aligned} XC_0 &= 7 \\ XC_t &= 7 + X_{t-1} + \mathbf{e}_t \\ \mathbf{e}_t &\sim NID(0;1) \end{aligned} \quad (14)$$

Es evidente que  $YC_t$  y  $XC_t$  no tienen nada que ver, al realizar una regresión entre ambas se obtiene algo como esto (cuadro 3 del Anexo):

$$YC_t = 0.54 + 0.46 XC_t + \hat{U}_t \quad R^2 = 99.8\%$$

(0.60) (0.003)

La explicación la tiene el nuevo significado del  $R^2$ : ganancia frente al modelo ingenuo. Como ya anticipaba el gráfico 3, al ser un pésimo predictor  $\bar{Y}$ , cualquier serie creciente aparecerá con un  $R^2$  alto.

Passar al modelo múltiple se puede hacer extendiendo el polinomio de regresión a  $k$  variables, minimizando la SCR y obteniendo  $K$  ecuaciones normales de donde aparecerá la necesidad de matrices y la primera solución para el modelo  $Y = X\mathbf{b} + U$  que será

$$\hat{\mathbf{b}} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (15)$$

Surge un nuevo supuesto:  $X'X$  debe ser invertible y por ende no puede existir multicolinealidad perfecta. Las demostraciones se pueden hacer matemáticamente económicas pero si no hay un desarrollo intuitivo previo no se logrará comprensión conceptual en el mundo de  $K$  variables.

La riqueza del modelo de regresión lineal múltiple, está en sus posibilidades de inferencia. Además de parámetros únicos (generalización a  $n-k$  grados de libertad) sobresalen dos casos:

- i) Combinaciones lineales paramétricas: es la opción mas relacionada con elaboraciones de la Teoría Económica. Por ejemplo:
  - Escala de Producción en una Cobb Douglas ó en una Tranlog
  - La tasa de retorno de la experiencia.
  - El uso de variables falsas.
- ii) Subconjunto de parámetros:
  - Elección entre Translog y Cobb Douglas, pues la primera anida la segunda.
  - Cambio Estructural en todos los parámetros.

La lista de utilidad es grande. Sin embargo el propósito era demostrar que el argumento de iniciar por el múltiple en la docencia de Econometría y dejar el ejercicio de lo simple, desconociendo el ingenuo, desde el punto de vista de la pedagogía no tiene ni pies ni cabeza.

## 5. EL FUTURO DE LA ECONOMETRIA

Las pistas acerca de líneas y puntos de expansión de la Econometría indican lo siguiente:

- i) Datos de Panel: aunque ya tiene casi dos décadas en circulación, no se ha difundido debido a que todavía no hay un clic-click, es una posibilidad de trabajar en dos dimensiones. Los trabajos clásicos de Hsiao (1986) y Baltagi (1995) de dos dimensiones tiempo y espacio, primer camino de expansión. El aporte de Mundlak (1978) ofrece una vía de dos etapas que simplifica las cosas como muy bien emplea Raymond (1995). Se puede extender el uso de dos dimensiones a espacio- espacio y aplicar a temas y problemas que no tenían solución. Es el caso de externalidades territoriales como se hace en Castellar (1998) y Castellar y Uribe (2001) quienes con un modelo de Efectos Fijos se aísla la externalidad y en una segunda etapa se modela.
  
- ii) La Microeconometría: una rama donde se encuentra un amplio conjunto de aplicaciones e interacciones que han impulsado el desarrollo de tanto la Teoría Económica y la Econometría ha sido la Microeconometría. Cuando se superaron las limitaciones de procesar grandes volúmenes de información y en la medida que se paso de un “homo economicus” a un “homo stochasticus”, las funciones de utilidad con argumentos aleatorios y las restricciones con variables aleatorias ofrecieron un marco teórico adecuado y un espacio natural para la Teoría y los Métodos Econométricos, generando una gran expansión de ejercicios de Economía Aplicada. Este efecto se origino en campos específicos de Economía Aplicada y por supuesto, irradió otros campos. El caso de la Economía Laboral es un excelente ejemplo de desarrollo interactivo que ha llevado a un curso de Microeconometría, cuyo estándar contiene:
  - Modelo Ocio-Consumo y Modelos de Elección Binaria
  - Oferta de horas y Modelo Tobit.
  - La tasa de salario y el Modelo de Heckman.
  - Teoría de la Búsqueda, la elección del desempleo y su duración.
  - Ocupación y Modelos de Elección Múltiple.
  - Efectos inobservables y Datos de Panel.
  - Efectos endógenos y el aporte de Mundlak.

No obstante aparecen otros temas y otras formas de llegar a la elección, cambiando la Teoría Económica y el contenido empírico, conservando la metodología econométrica.

- iii) La Macroeconometría: es el área de mayor difícil expansión y mayor tentación al descreste. Los tests de raíces unitarias y de cointegración todavía son poco potentes. Las series cronológicas, son muchas veces manipulados. El Test de la Historia ira decantando el devenir de este campo de aplicación.
- iv) Teoriza de Juegos: es un área de expansión de la Teoría Económica y requiere de la Econometría para caminar por la Economía Aplicada. Sutton (1997) afirma que las regularidades empíricas atribuidas al enfoque convencional

también puede hacerse los desarrollos recientes desde la Teoría de Juegos. Es un área apasionante y promisorio.

- v) Econometría Espacial: la actual moda en la frontera. Como siempre se está ahora buscando estructuras de autocorrelación y caminos de solución. Hay que esperar a que se sedimente lo esencial.
- vi) Simulación: aunque vieja técnica hoy día, la facilidad electrónica esta imponiendo esta opción. Lo bonito es que jugamos a ser dioses pues conocemos el modelo, los parámetros y los supuestos, luego generamos muchas muestras y verificamos. La importancia de la interacción entre los computadores y la practica en Econometría se puede consultar en el primer capitulo de Berndt (1991).
- vii) De lo Micro a lo Macro: se puede aislar los coeficientes que gobiernan las funciones microeconómicas y modelarlas como efectos macroeconómicos. Es un futuro apasionante pues combina a nivel teórico la micro y la macro y a nivel empírico la micro y la macroeconometría. Interesantes hallazgos que prometen bello futuro están en Castellar y Uribe (2002b) y (2003).

## 6. CONCLUSIONES

- Iniciar el aprendizaje de la Econometría desde el modelo múltiple es un error pedagógico que puede llegar a falsas enseñanzas.
- El modelo ingenuo es un camino de inicio sencillo y pedagógicamente adecuado para una didáctica más contemporánea.
- Una formación en Econometría implica rigurosidad y creatividad, mucho sudor y menos genialidad y el desarrollo de una conciencia académica que ubique el verdadero estado del arte en que se encuentra determinado problema.
- Para llegar a la frontera es preciso ir desde los fundamentos evitando al uso indiscriminado de la magia del click-click y la docta ignorancia de quien cree que sabe lo que no sabe-
- La Teoría de Juegos y sus diversos campos de aplicación es un excelente área de expansión para llegar a antiguas y nuevas regularidades empíricas.
- Se requieren textos con el nuevo enfoque pedagógico y síntesis de los actuales desarrollos.
- La interacción entre micro y macro en lo teórico y lo econométrico promete una fecunda vía para la docencia y la investigación,

## BIBLIOGRAFIA

ARANGO Y POSADA (2001). “ El Desempleo en Colombia”, Banco de la Republica, Documento de Trabajo 176.

BALTAGI, B (1995). “Econometric Analysis of Panel Data”, John Wiley & Sons

BERNDT, E (1991). “The Practice of Econometrics Classic and Contemporary”, Addison-Wesley Publishing Company.

BOX, G AND JENKINS (1970). “Time Series Analysis: Econometrics and Control”, First ed, San Francisco, Holden day.

CASTELLAR, C (1998). “Eficiencia Productiva, Valoración de Fincas y Externalidades Territoriales en la Economía Campesina Colombiana. Un Análisis Económico”, Tesis Doctoral UAB.

CASTELLAR C Y URIBE J.I, (2001). “Una Aproximación Econométrica a la Tasa de Retorno Social de la Educación”, Sociedad y Economía, No 1.

CASTELLAR C Y URIBE J.I, (2002a). “Estructura y Evolución del Desempleo en el Área Metropolitana de Cali, 1988-1998: Existe Histéresis?”. CIDSE, Documento de trabajo 60. Publicado también en Sociedad y Economía # 3, Facultad de Ciencias Sociales Y Económicas, Universidad del Valle.

CASTELLAR C Y URIBE J.I, (2002b). “La Participación en el Mercado de Trabajo: componentes micro y macroeconómico”, CIDSE, Anuario de Investigaciones.

CASTELLAR, C (2002). “Naturaleza, Pedagogía y Contenido de la Econometría en el Pregrado”. Ponencia presentada al VII Encuentro Nacional de Decanos, Jefes de Carrera y Profesores de Economía, Universidad de Antioquia.

CASTELLAR C Y URIBE J.I (2003). “La Tasa de Retorno de la Educación: Teoría y Evidencia Micro y Macroeconómicas en el Area Metropolitana de Cali: 1988-2000”, CIDSE, Documentos de Trabajo No 66.

DOUGHERTY, C (1992). “Introduction to Econometrics”. Oxford University Press, New York, Oxford.

ENGLE R, AND GRANGER C.W.J, (1987). “Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing”, Econométrica, Vol 55, No 2, pp 251-76.

FRISH, R (1970). “De la Teoría Utópica a las Aplicaciones Practicas: el caso de la econometría”, en los Premios Nóbel de Economía 1969-1977, Fondo de Cultura Económica.

GODFREY L.G (1988). “Missespecification Test in Econometrics”. Econometric Society Monographs, No 16, Cambridge University Press.



GOLBERGER, A.S (1991). "A Course of Econometrics". Harvard University Press, Cambridge, London.

GRANGER C.W.J (1981). "Some Properties of Time Series data and their use in Econometrics Model Specification". Journal of Econometrics, Vol 16, pp 121-30.

\_\_\_\_\_ (1990). "Where are the Controversies in Econometric Methodology?", Modeling Economic Series, edited by C.W.J Granger, Advanced Text in Econometrics, Clarendon Press, Oxford.

GREENE, W (2003). "Econometric Analysis". Prentice Hall, Fifth Edition, New Jersey.

GUJARATI, D (2003). "Basic Econometrics". Mc Graw Hill, Higher Education, Fourth Edition.

HAAVELMO, T (1944). "The Probability Approach in Econometrics". Econométrica, Vol 12, Supplement

HILL R, GRIFFITHS, W AND JUDGE, G (2001). "Undergraduate Econometrics", Second Edition, John Wiley & Sons.

JOHNSTON, J AND DINARDO J (1997). "Econometrics Methods, Fourth Edition, Mc Graw Hill.

HSIAO, CH (1986). "Analysis of Panel Data", Econometric Society Monographs No 11, Cambridge University Press.

LANCASTER, T (1990), "The Econometric Analysis of Transition Data". Econometric Society Monographs, No 17, Cambridge University Press.

LEAMER, E (1994). "Sturdy Econometrics". Edward Elgar, Economists of the Twentieth Century, England, USA.

MUNDLAK (1978). "On the Pooling of time Series and Cross Section Data", Econométrica Vol 46 No 1, pp 69-85.

PYNDYCK, R Y RUBINFELD, D (2001). "Econometría: modelos y pronósticos". Cuarta Edición, Mc Graw Hill.

RAYMOND, J.L (1982). "Econometría e Inflación". Ediciones Pirámide S.A, Madrid.

RAYMOND, J.L (1995). "Exportaciones y Crecimiento Económico", FIES, Documentos de Trabajo No 115.

SCHUMPETER, J (1933). "The Common Sense of Econometrics". Econométrica I, pp 5-12.

SIMS, C (1980). “Macroeconomics and Reality”. *Econometría*, Vol 48, No 1, pp 1-48.

SUTTON, J (1997). “Game-Theoretic Model y Market Structure”, in D. Krepps an k. Wallis (Eds). *Advances in Economics and Econometrics: theory and application*. N.Y Cambridge University Press.

WHITE, H (1980). “ A Heteroscedasticity- Consistent Covariance Matrix Estimator and Direct Test for Heteroscedasticity”. *Econometría*, 48 pp 817-838.

WOOLRIDGE, J (2001). “Introducción a la Econometría: un enfoque moderno” Thomson Learnings.

**ANEXO 1****Cuadro 1**

LS // Dependent Variable is YE

Date: 05/21/04 Time: 11:31

Sample: 1 50

Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.082403	0.114811	61.68726	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var	7.082403	
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.811839	
S.E. of regression	0.811839	Akaike info criterion	-0.397108	
Sum squared resid	32.29508	Schwarz criterion	-0.358868	
Log likelihood	-60.01922	Durbin-Watson stat	2.073976	

**Cuadro 2.** Modelo Ingenuo con Series Creciente.

LS // Dependent Variable is YC

Date: 05/21/04 Time: 11:36

Sample: 1 50

Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	80.07256	6.505220	12.30897	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var	80.07256	
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	45.99885	
S.E. of regression	45.99885	Akaike info criterion	7.677030	
Sum squared resid	103678.8	Schwarz criterion	7.715271	
Log likelihood	-261.8727	Durbin-Watson stat	0.004987	

**Cuadro 3.** Regression Espuria

LS // Dependent Variable is YC

Date: 05/21/04 Time: 11:38

Sample: 1 50

Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.542490	0.602906	0.899792	0.3727

XC	0.456058	0.003001	151.9647	0.0000
----	----------	----------	----------	--------

R-squared	0.997926	Mean dependent var	80.07256
Adjusted R-squared	0.997883	S.D. dependent var	45.99885
S.E. of regression	2.116661	Akaike info criterion	1.538858
Sum squared resid	215.0523	Schwarz criterion	1.615339
Log likelihood	-107.4184	F-statistic	23093.27
Durbin-Watson stat	0.289453	Prob(F-statistic)	0.000000